第 1 章

効用最大化問題への準備

この章では効用最大化問題を説明するために必要な概念の解説を行う。

1.1　数学準備：微分と偏微分

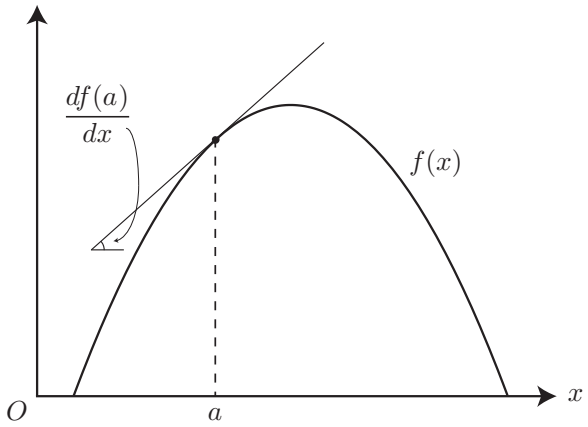
この講義ではあまり数学を用いないが，全ての数学を避けると次年度以降の学習の妨げとなるため，最低限の数学的概念を導入する。ただし，難しいものは含まれていなく，2 次関数の微分ができていれば十分であろう。

1.1.1　微分

ある関数 $f(x)$ を x で微分し $df(x)/dx$ を求め，これに $x = a$ を代入した $df(a)/dx$ は，$x = a$ における関数 f のグラフの接線の傾きを表している。このイメージを作るために，もう少し詳しく説明してみよう。

まず，関数 $f(x)$ を x で微分した導関数 $df(x)/dx$ は，x が 1 単位変化した場合，関数 $f(x)$ の値がどれくらい変化するのかを表している。このイメージは次の図 1.1 となる。

図 1.1　導関数と接線の傾き



変数 x の値を定めなければ，導関数 $df(x)/dx$ は様々な値を取り得る。実際，x の値を変えて接線を引いてみると，接線の傾きが異なっていることが分かる。そのため，接線の傾きをある値に固定するためには，接点を固定する必要がある。以上をまとめると，$df(x)/dx$ は関数 $f(x)$ の接線の傾きを表しているが，どの接点なのか定めていない状態であり，一方，$df(a)/dx$ は $x = a$ における接線の傾きを表している。両者は似ているが，厳密には異なる概念であることに注意してほしい。

その他の注意点として，$df(a)/dx$ は関数 $f(x)$ に $x = a$ を代入した関数の値 $f(a)$ を変数 x で微分しているわけではないことがある。例えば，$f(x) = x^2$ の場合，$df(5)/dx$ を求めるためには，$df(x)/dx = 2x$ を求め，それに $x = 5$ を代入する計算手順が正しい。つまり，$df(5)/dx = 2 \times 5 = 10$ となる。間違った手順で計算すると，先に $x = 5$ を代入し，$f(5) = 25$ を得る。これを x で微分すると 0 になってしまう。

微分の計算方法に慣れるために，簡単な練習問題を解いてみよう。

■微分の計算練習

1.　関数 $f(x) = 3x^2 + 10$ とするとき，導関数 $df(x)/dx$ を求めよ。

解答

$$\begin{aligned}\frac{df(x)}{dx} &= \frac{d(3x^2 + 5x + 10)}{dx} \\ &= 3 \times \frac{dx^2}{dx} + 5 \times \frac{dx}{dx} + \frac{d10}{dx} \\ &= 3 \times 2x + 5 + 0 \\ &= 6x + 5.\end{aligned}$$

2.　関数 $f(x) = ax^3 + c$ とするとき，導関数の値 $df(b)/dx$ を求めよ。

解答

$$\begin{aligned}\frac{df(x)}{dx} &= \frac{d(ax^3 + c)}{dx} \\ &= a \times \frac{dx^3}{dx} + \frac{dc}{dx} \\ &= a \times 3x^2 \\ &= 3ax^2.\end{aligned}$$

ここで，$x = b$ を代入すると，以下を得る。

$$\frac{df(b)}{dx} = 3ab^2.$$

3.　関数 $f(x) = cx^a y^b$ とするとき，導関数の値 $df(x)/dx$ を求めよ。

解答

$$\begin{aligned}\frac{df(x)}{dx} &= \frac{dcx^a y^b}{dx} \\ &= cy^b \times \frac{dx^a}{dx} \\ &= cy^b \times ax^{a-1} \\ &= acx^{a-1}y^b.\end{aligned}$$

1.1.2　偏微分

ここれまで扱ってきた関数は，$f(x)$ のように変数を 1 つだけ含むものであった。しかしながら，複数の変数を持つ関数を考える方が便利な場合がある。例えば，緯度と経度を定めると，現在の気温を与える関数 $f_{気温}(x, y)$ を考えてみよう。ここでは，x を東経とし，y を北緯としている[*1]。兵庫県神戸市は北緯 $34°41'29''$，東経 $135°10'59''$ であるので，これを関数に代入すると，例えば，$f_{気温}(135°10'59'', 34°41'29'') = 26°\mathrm{C}$ を得る。

この関数の緯度や経度が変化した場合，関数の値（気温）がどのくらい変化するかは微分を使って表すことができそうである。単純な考え方としては，ある 1 つの変数のみを変化させ，その他の変数を固定する場合における，関数の変化を考えるという方法がある。例えば，x（東経）を固定し，y（北緯）のみを変化させると，関数の値である気温は減少するだろう。一方，x（東経）を変化させ，y（北緯）を固定すると，関数の値はあまり変わらないだろう。このような状況を微分で表すためには，どの変数を変化させているか明確にする必要がある。その他の変数を固定した状態で，ある 1 つの変数のみを変化させ，関数 f の値の変化を考える方法は偏微分と呼ばれている。例えば，2 つの変数 x と y を持つ関数 $f(x, y)$ を考え，変数 y を固定し，変数 x のみを変化させた場合の関数 f の変化である偏導関数は次式のように表される。

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}.$$

この表記は「関数 $f(x, y)$ を変数 x で偏微分したもの」と呼ばれる。同様に，変数 x を固定し，変数 y のみを変化させた場合の関数 f の変化は次式で表される。

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}.$$

偏導関数にある値を代入した場合の表記は，通常の導関数の場合と同様である。例えば，関数 $f(x, y)$ を x で偏微分し，$x = a$, $y = b$ を代入した場合[*2]，次のように表記する。

$$\frac{\partial f(a, b)}{\partial x}.$$

[*1] 緯度は横方向の座標で，経度は縦方向の座標と考える方が分かりやすいために，このような定義を用いた。

[*2] 2 種類以上の変数を代入する場合，ベクトルを使った表記を用いることがある。例えば，$(x, y) = (a, b)$ などと表記する。

これも，通常の微分と同様に，先に $x = a$, $y = b$ を代入し，そのご x で偏微分するのではなく，先に偏微分してから，値を代入していることに注意しなければならない。

偏微分の図的なイメージを理解するために，次の図 1.2 で表される関数のグラフを考えてみよう。この関数 $f(x, y)$ のグラフの曲面の中から，$x = a$ となる曲線 $f(a, y)$ と $y = b$ となる曲線 $f(x, b)$ を抜き出したものが，次の図 1.3 である。

図 1.2　2 変数関数のグラフ

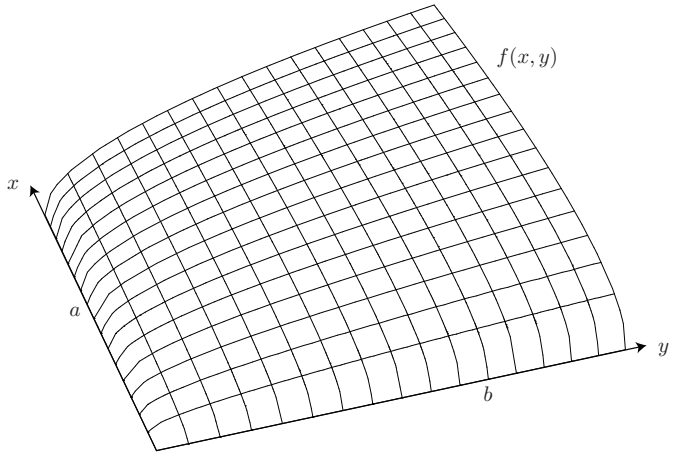


図 1.3　偏導関数と接線の傾き

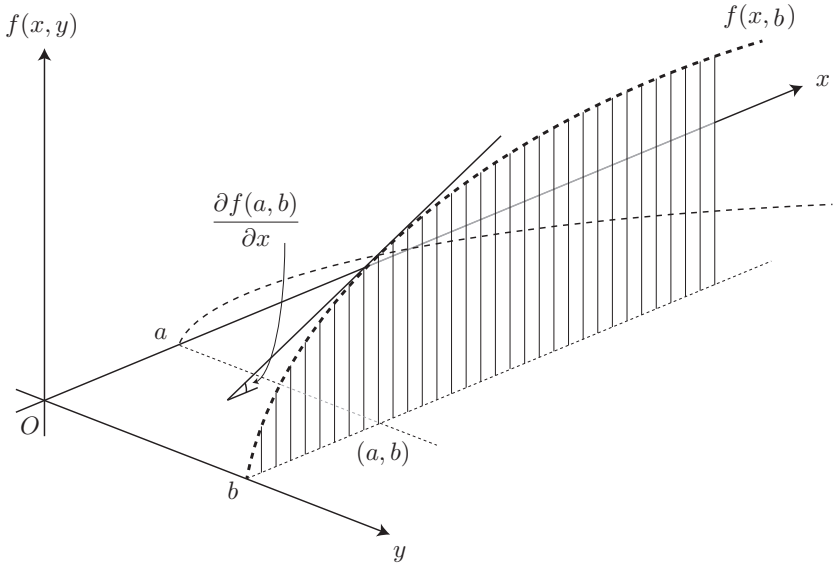


図 1.3 では，点 $(x, y) = (a, b)$ における偏導関数の値 $\partial f(a, b)/\partial x$ を図示している。図からも分かるように，$\partial f(a, b)/\partial x$ は，変数 y を b に固定した場合に得られる曲線に対して，$x = a$ となる点での接線の傾きを表していることが理解できるだろう。偏微分のイメージを大雑把に表現すると，「ある地点に立って，偏微分する変数の軸と並行な方向を見た場合，関数のグラフの斜面がどれくらい急なのか」ということになる。

さて，さきほどの気温の例に話を戻そう。まず緯度のみが変化した場合，気温がどれくらい変化するかを表してみよう。これは，気温を表す関数 $f_{気温}(x, y)$ を緯度 y で偏微分すれば良いので，次式のようになる。

$$\frac{\partial f_{気温}(x, y)}{\partial y}.$$

神戸市から考えて北緯が 1 単位（$0°0'1''$）増加した場合，気温がどれだけ変化するかは，気温を表す関数を y で偏微分し，その偏導関数に神戸市の緯度と経度を代入すれば良い。したがって，神戸市から北緯が 1 単位増加した場合の気温の変化は次式で表すことができる。

$$\frac{\partial f_{気温}(135°10'59'', 34°41'29'')}{\partial y}.$$

この偏微分は気温の変化を表しており，一般に，北に行くほど気温は低くなることを考慮すると，この値は負になるだろう。以上をまとめると，「神戸市から北緯が 1 単位増加した場合，気温は下がる」という表現を数学的に表すと次式となる。

$$\frac{\partial f_{気温}(135°10'59'', 34°41'29'')}{\partial y} < 0.$$

同様に，神戸市から 1 単位東に移動する場合を考える。この時の気温の変化は，気温関数 $f_{気温}(x, y)$ を x で偏微分し，緯度と経度を代入すれば求まる。東西に移動しても気温は変化しないことを考慮し，「神戸市から 1 単位東に移動した場合，気温は変わらない」という表現を数学的に表すと次式となる。

$$\frac{\partial f_{気温}(135°10'59'', 34°41'29'')}{\partial x} = 0.$$

このように，自然や社会における現象は数式を使って表すことができ，ミクロ経済学では数学的な視点から経済を観察するのである。

偏微分に慣れるために，簡単な計算練習をしてみよう。

■偏微分の計算練習

1.　関数 $f(x, y) = 3x^2 + 4y^3 + 10$ とするとき，偏導関数 $\partial f(x, y)/\partial x$ を求めよ。

解答

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} &= \frac{\partial(3x^2 + 4y^3 + 10)}{\partial x} \\ &= 3 \times \frac{\partial x^2}{\partial x} + 4 \times \frac{\partial y^3}{\partial x} + \frac{\partial 10}{\partial x} \\ &= 3 \times 2x + 0 + 0 \\ &= 6x.\end{aligned}$$

※ ここでは，変数 x で偏微分しているので，変数 y は実数と同様の扱いをする。そのため，計算の 2 行目における第 2 項は $\partial y^3/\partial x = 0$ となり，3 行目を得る。

2.　関数 $f(x,y)=cx^ay^b$ とするとき，偏導関数 $\partial f(1,1)/\partial y$ を求めよ。

解答

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} &= \frac{\partial cx^ay^b}{\partial y}\\ &= cx^a \times \frac{\partial y^b}{\partial y}\\ &= cx^a \times by^{b-1}\\ &= bcx^ay^{b-1}.\end{aligned}$$

ここで，$x=1$, $y=1$ を代入すると，以下を得る。

$$\begin{aligned}\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} &= bc \times 1^a \times 1^{b-1}\\ &= bc.\end{aligned}$$

1.2　効用関数

この節からは，消費者の行動について考える。ミクロ経済学が注目している消費者の特徴は，「消費者は自分の嬉しさを最大にするように行動する」というものである。議論を開始するために，まず「嬉しさ」について考えてみよう。経済学では，この消費者の「嬉しさ」を効用と呼ぶ。入門レベルのミクロ経済学では，消費者の嬉しさは数値で表すことができ[*3]，その値を効用水準と呼ぶことにしよう。

定義 1　効用とは，消費者の嬉しさのことである。効用水準とは，消費者の嬉しさの大きさ（値）のことである。

1.2.1　1 種類の財

最初に，運動した後でジュースを飲むときの効用を考えてみよう。運動した後は喉が渇いているので，ジュースを飲めば飲むほど，喉が潤されていく。そのため，効用（嬉しさ）はジュースを飲む量とともに増えていくだろう。しかし，大量のジュースを飲むと，むしろそれ以上のジュースは飲みたくなくなるだろう。これは，飲んだジュースの量がある水準になると，最も嬉しい状態が達成され，それ以上ジュースを飲んでも不快になるからである。以上をまとめると，飲んだジュースの量が少ないうちは，ジュースの量とともに効用が増え，飲んだジュースの量が多くなると，ジュースの量とともに効用が減るといえる。

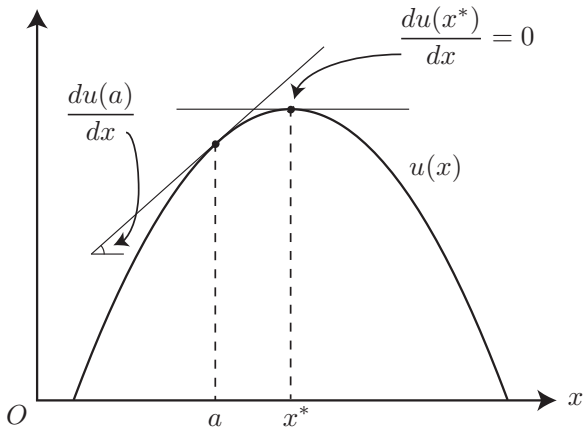
[*3] 「消費者の嬉しさは常に数字に置き換えることができないかもしれない」と考える人もいるだろう。大学院以上のミクロ経済学では，消費者の嬉しさを数字で表さずに分析することもできる。しかしながら，このような分析に用いる数学は，初学者にとって難しく感じるだろう。この講義では簡単化のために，消費者の嬉しさ（効用）は数字で表すことができると仮定する。

ジュースの量を x で表し，効用の大きさを $u(x)$ で表すことにする[*4]。このように，消費者の状態（ここではジュースの消費量）を変数に持つ関数を使って，その消費者の効用を表したもの $u(x)$ を効用関数と呼ぶ。

定義 2　効用関数とは，消費者の置かれている状態（多くの場合，どれくらい消費したかを表す消費量）とその状態での嬉しさの関係を表した関数のことである。

さて，このジュースの例の関数を図示すると次の図 1.4 となる。この図では，効用を最大にするジュースの量は $x = x^*$ となっている。したがって，飲むジュースの量がこの x^* より小さければ，効用はジュースの量とともに増え，x^* よりも大きければ効用は減少していることが確認できる。また，効用を最大にするジュースの量 $x = x^*$ では，効用関数のグラフの接線の傾きがゼロになっていることが分かる。そのため，効用関数が与えられ，効用を最大にするジュースの量を求めたければ，効用関数をジュースの量で微分し，ゼロと置いた方程式を解けば x^* が求まることになる。

図 1.4　ジュースを飲むときの効用



例えば，$u(x) = 2x - x^2$ という効用関数が与えられた場合，効用を最大にするジュースの量を求めるには，$du(x)/dx = d(2x - x^2)/dx = 2 - 2x$ のように計算した後で，これをゼロとおいた方程式 $2 - 2x^* = 0$ を x について解き，$x^* = 1$ を得ることができる。したがって，グラフを描かなくても，この $x^* = 1$ が効用を最大にすると分かるのである[*5]。

また，図 1.4 では，$x = a$ における接線の傾き $du(a)/dx$ も描かれている。これは，ジュースの消費量が a であった時に，そこから 1 単位のジュースを追加的に飲むとどれくらい効用が変化するかを表している。この図では，$du(a)/dx > 0$ であるから，ジュースの消費量が a である時点から，追加的にジュースを飲むと嬉しいということが分かる。効

[*4] 効用を表す関数を u とするのは，utility（効用）の頭文字による。

[*5] グラフの接線の傾きがゼロになるのは，最大値の場合だけでなく，最小値の場合も含まれる。したがって，微分した値がゼロであるという手法を使って最大値を求めた場合，それが最小値を与えている可能性を排除できない。しかしながら，この講義ではそのような問題に立ち入らず，微分した値をゼロと置いて解ける問題のみを扱う。

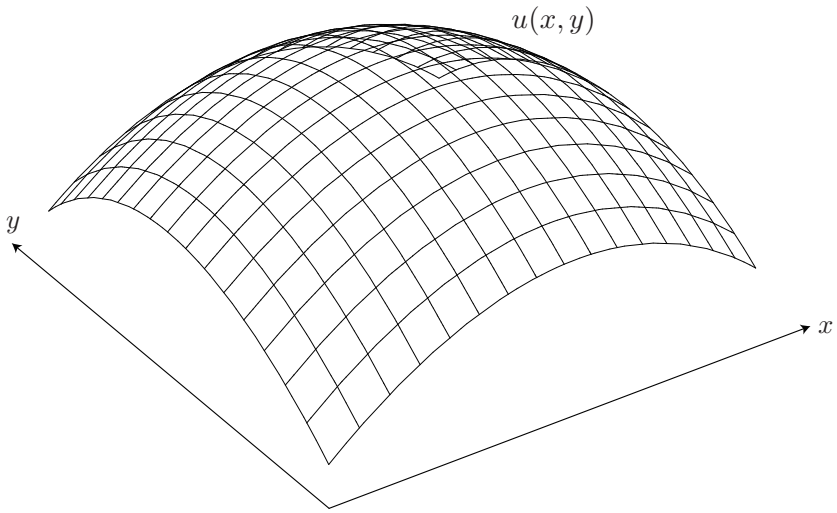
用関数を変数で微分したものである $du(x)/dx$ は限界効用と呼ばれる。限界効用の正式な定義は，消費する財の種類が 2 種類以上となる場合の効用関数を説明する時に行う。

1.2.2　2 種類の財

ここまでは，ジュースという 1 種類の財のみを消費する状況を考えてきた。そこでは，自分が最も嬉しくなるようなジュースの買い方を考えれば良かった。より現実的な世界を考えると，ジュースを買う際に，昼食（サンドイッチ）に使うお金を気にすることもあるだろう。そのような状況では，ジュースとサンドイッチという 2 つ財を消費した場合の嬉しさを考える必要がある。

ジュースの消費量を x，サンドイッチの消費量を y とし，効用を $u(x, y)$ で表すとする。このとき，どちらの財も食べすぎると気持ち悪くなるので，ある一定量まで効用が増加し，それ以上は効用が減少することになる。したがって，ようよう関数のグラフは，ジュースとサンドイッチをある量消費した状態で効用が最大となる山型となっている。これを図示したものが，図 1.5 である。

図 1.5　2 種類の財を消費する場合の効用



この資料では，既に偏微分を紹介しているので，ジュースとサンドイッチの消費量がそれぞれ $x = a$, $y = b$ であった場合，追加的なジュースの消費による効用の変化は，偏微分を用いて $\partial u(a, b)/\partial x$ で表される。これは，消費量が $x = a$, $y = b$ におけるジュースの限界効用と呼ばれる。

定義 3　財 X の限界効用とは，その他の財の消費量を固定し，財 X の消費量を 1 単位増やした場合，効用がどれだけ変化するかを表したものである。

財の種類が n 種類あり，それぞれの財の消費量を $x_1, x_2, \ldots, x_n$ とすると，財 i $(i =$

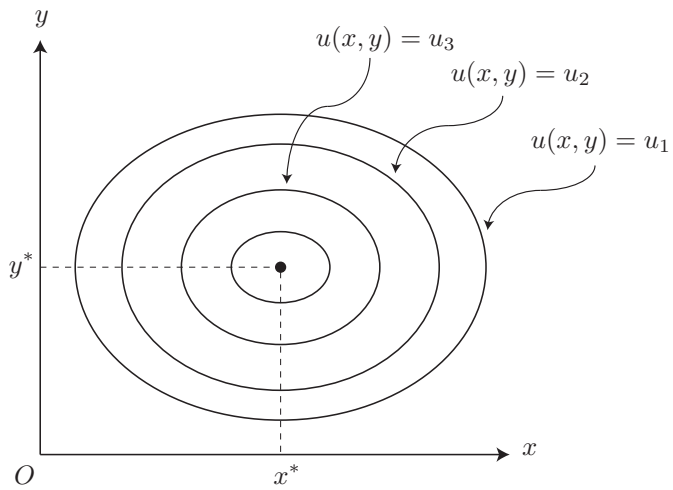
$1, 2, \ldots, n)$ の限界効用は次式となる。

$$\frac{\partial u(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i}.$$

1.3　無差別曲線

図 1.5 のように 3 次元空間内に効用関数を図示するのは，視覚的な理解を助けるが，自分でそれを描くとなると大変である。このような場合，3 次元のグラフを 2 次元に変換すると便利なことも多い。身近な例としては，山の形をとらえるために用いられる等高線が挙げられる。入門的な経済学においても，3 次元の効用関数のグラフは，等高線を用いて 2 次元で表現される。この等高線のことを無差別曲線と呼ぶ。このような名前が付く理由は以下である。効用関数のグラフは嬉しさの程度を表しており，グラフの高い点ほど嬉しさが大きいことを表している。このグラフを等高線を用いて表した場合，同じ等高線上の点は，全て同じ嬉しさを持っている。したがって，同じ等高線上であればどの点で消費を行っても嬉しさは変わらない（無差別である）ということから，このような名前が付けられている。

図 1.6　無差別曲線



さて，無差別曲線を用いて図 1.5 を描きなおしてみよう。すると，図 1.6 が得られる。この図では，4 つの無差別曲線と効用を最大にする点が描かれている。地図において何本の等高線を描くかは自由であるのと同様に，無差別曲線をいくつ描くかも自由である。実際，ある効用水準を固定すると，それに対応した無差別曲線が描かれる。例えば，効用水準を $u(x, y) = u_1$ という水準に固定すると，一番外側の楕円のような無差別曲線が描かれることになる。この例においても，図を用いて効用を最大にするジュースとサンドイッチの消費量の組み合わせを見つけることができ，それは $x = x^*$, $y = y^*$ であることが分か

る。[*6]。

1.4　予算制約線

これまで考えてきた問題は予算という問題を無視してきた。言い換えると，予算を十分に持っている消費者を考えていたことになる。例えば，100 億円の資産を持っている消費者がジュースとサンドイッチをどれくらい買うかという問題は，自分の好きなだけ買えば良いという状況を考えているようなものである。このような場合，確かに効用を最大にする点を見つけることは出来るが，消費者は単にその効用を最大にする点の消費を行えば良かった。これは「本人の好きなことをすれば良い」ということを意味しており，特に分析の対象として面白いものではない。そこで，より注目すべき問題であり，より身近な問題でもある予算という制約を取り入れてみよう。

ジュースとサンドイッチとで 700 円しか使えない状況を考えよう。ジュースの価格は 100 円であり，サンドイッチの価格は 300 円である。ジュースの本数を x，サンドイッチの個数を y とし，予算の 700 円を使い切るようにジュースとサンドイッチを購入するとすれば，可能な組み合わせ (x, y) は以下となる。

$$(1, 2), (4, 1), (7, 0).$$

一番左の $(1, 2)$ はジュース 1 本，サンドイッチ 2 つを買う場合を表している。さて，このような組み合わせの中でどの選択肢を選ぶだろうか。いくら喉が渇いているとはいえ，午後も講義に行くことを考えると，昼食のサンドイッチを 0 個にするのは現実的ではないだろう。しかしながら，残りの選択肢のどれが選ばれるかは個人の好みや状況に依存しているかもしれない。お腹が空くのが嫌な人は，$(x, y) = (1, 2)$ を選ぶだろうし，喉が渇くのが嫌な人は $(x, y) = (4, 1)$ を選ぶだろう。

この例では，財の購入量が整数単位で行われているが，より一般的には量り売りなども考慮して，実数単位での購入を認めてみよう。つまり，1.33 本のジュースの購入などを認めるのである。すると，この予算は次の不等式によって，表されることが分かる。

$$100x + 300y \leq 700.$$

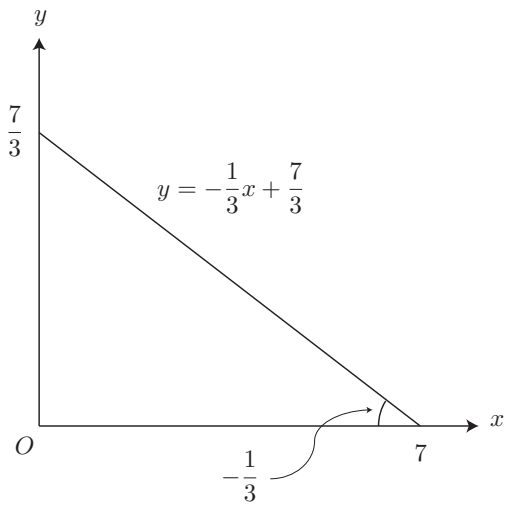
予算を丁度使い切る場合を考慮すると，この不等号は等号成立し，$100x + 300y = 700$ となる。これを図示するために y について解くと次式となる。

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3}.$$

これを図示すると，図 1.7 となる。この図における，直線上の点は全て予算を丁度使い切る組み合わせである。

[*6] 効用を最大にする消費量を計算で求める場合，財が 1 種類であった場合と同様に微分を使うと便利である効用が最大となる点では，接面の傾きがゼロであるので，偏微分の値が $\partial u(x^*, y^*)/\partial x = 0$ かつ $\partial u(x^*, y^*)/\partial y = 0$ となっていることが分かる。したがって，この 2 本の偏導関数の方程式を解けば，効用を最大にする消費量 $(x, y) = (x^*, y^*)$ を得ることができる。

図 1.7　予算制約線と消費可能領域



より一般的に，財 X と財 Y があり，財 X の消費量 x，財 Y の消費量を y とし，財 X の価格を P_X，財 Y の価格を P_Y とし，予算を m で表すと，予算制約式は次式となる。

$$P_X x + P_Y y \leq m.$$

これは予算制約式と呼ばれる。この不等式を等号成立させ，それを図示したものは予算制約線と呼ばれる。また，予算制約式，横軸，縦軸が囲む三角形の周および内部は，予算内におさまる消費の組み合わせであるので，消費可能領域と呼ばれる。

定義 4　財 X と財 Y に対する予算制約式とは，$P_X x + P_Y y \leq m$ のことであある。予算制約線とは，$P_X x + P_Y y = m$ を図示した線分のことである。消費可能領域とは，$P_X x + P_Y y \leq m$ かつ $x \geq 0$ かつ $y \geq 0$ を満たす点 (x, y) の集合のことである。

さて，ここまで説明ししてきた無差別曲線と予算制約線を重ねあわせて，同一平面上に図示してみると，次の図 1.8 を得る。

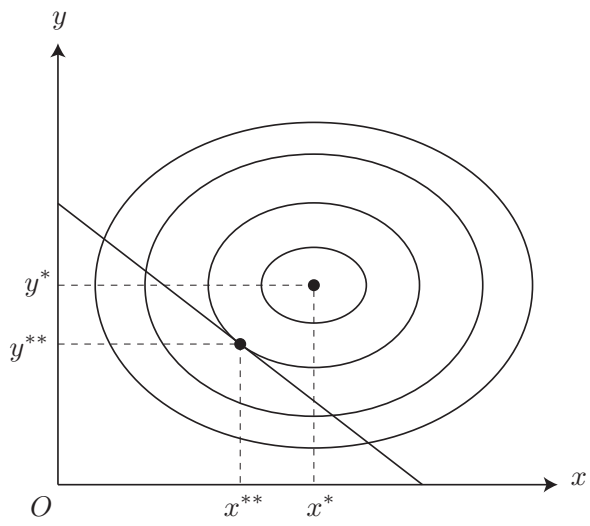
この図では，さきほど効用を最大にした消費の組み合わせ $(x, y) = (x^*, y^*)$ は予算をオーバーしてしまい選ぶことができないことが分かる。次の章でより詳しく説明するが，この予算を満たす中で最も効用が高くなる消費の組は $(x, y) = (x^{**}, y^{**})$ となっていることが確認できる。

■予算制約線を図示する練習

財 X と財 Y を消費する状況を考える。財 X の消費量 x，財 Y の消費量を y とし，財 X の価格を P_X，財 Y の価格を P_Y とし，予算を m とする。このとき，次の問に答えなさい。

1. 予算制約線を図示しなさい。
2. 財 X の価格が上昇した場合，予算制約線はどのように変化するか図示しなさい。
3. 財 Y の価格が低下した場合，予算制約線はどのように変化するか図示しなさい。

図 1.8　無差別曲線と予算制約線



4. 予算が増加した場合，予算制約線はどのように変化するか図示しなさい。

1.5　応用：医療ミスと受入れ患者数

これまでは，財の消費について考えてきた。法的な問題に関心をもつ学生は，このような財の消費について考えてもあまり意味がないように感じるかもしれない。しかしながら，無差別曲線と予算制約線を用いた考え方は，社会の様々な問題に応用することができる。この章の最後に，法に関わる次のような事例を考えてみよう。

あなたは，病院の経営者であり，病床数（入院患者をどれくらい受け入れるか）や医療行為を行う場合の注意水準をどの程度にするかを決めようとしている状況を考える。医師や看護師の数は一定であり，増やすことも減らすこともできないとしよう。全ての医師や看護師が最大限に注意しても，医療ミスはゼロにできない状況を仮定する。また，病床数を増やすと，各患者に対応できる医師や看護師の数が減ってしまうため，医療ミスが起きやすくなるとしよう。このとき，病院の経営者が選択する病床数や注意水準はどのようになるか考えてみる。

1.5.1　予算制約式

まず，いくつかの記号を定義しよう。病床数を b，医療ミスが起きずに退院した患者の割合を r，医師と看護師の数を n で表すことにする。病床数 b と医療ミスが起きない割合 r を選択すると，それを達成するのに最低限必要な医師と患者の数が決まる。その関係を $g(b, r)$ で表すことにする。今いる医師と看護師の数は n であるので，この b と r が実現可能であるかは，次の不等式を満たすかで決まる。ここでは，この不等式を予算制約式と

呼ぶことにする。

$$g(b,r) \leq n$$

病床数を増やすと，必要な医師や看護師の数は増えるだろうし，医療ミスが起きない割合を高くしても，必要な医師や看護師の数は増えるだろう。したがって，最低限必要な医師と患者の数を表す関数 $g(b,r)$ は次の性質を持っている。

$$\frac{\partial g(b,r)}{\partial b} > 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{\partial g(b,r)}{\partial r} > 0. \tag{1.1}$$

あなたの嬉しさはこの b と r によって決まっており，その効用関数を $u(b,r)$ で表すことにする。あなたは，出来るだけ多くの患者を受け入れたいと思っているので，病床数 b が多いほど嬉しいとしよう。また，患者には適切な医療行為が行われることを願っており，医療ミスが起きない割合 r もできるだけ高い方が嬉しいとしよう。したがって，効用関数 $u(b,r)$ は次の性質を持っているはずである。

$$\frac{\partial u(b,r)}{\partial b} > 0 \quad \text{かつ} \quad \frac{\partial u(b,r)}{\partial r} > 0. \tag{1.2}$$

今，あなたは，予算制約式 $g(b,r) \leq n$ を満たすように b と r を決めようとしている。b や r はできるだけ大きい方が嬉しく，b や r を増やすと $g(b,r)$ が増えることから，結局，予算制約式が等号で満たされるような b や r を選ぶはずである。予算制約式が等号で満たされた $g(b,r) = n$ を図示した曲線を予算制約線と呼ぶことにする。

次に，予算制約線がどのような形であるか考えてみよう。今，予算制約線上の病床数と医療ミスが起きない割合 r が選ばれており，それを $(b,r) = (b_0, r_0)$ としよう。つまり，$g(b_0, r_0) = n$ が成立している。ここでは，横軸に病床数 b をとり，縦軸に医療ミスが起きない割合 r をとっている。今，医療ミスが起きない割合を r_0 に固定したまま，病床数を b_0 から b_1 に増やしたとする（つまり，$b_0 < b_1$）。式 (1.1) より，病床数の増加は予算制約式の左辺である $g(b,r)$ を増加させるので，次式が成り立つ。

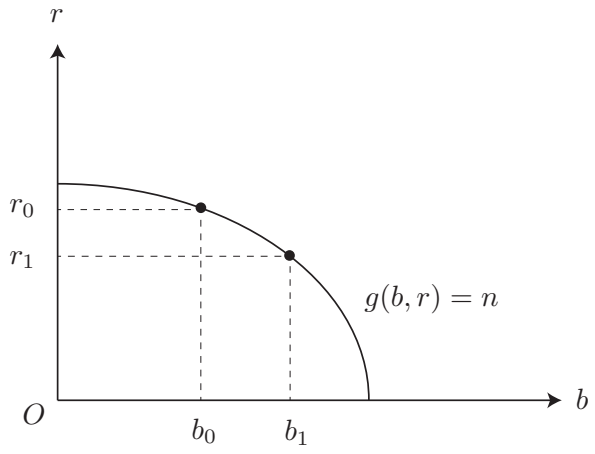
$$g(b_1, r_0) > g(b_0, r_0) = n.$$

したがって，医師と看護師の人数が n である場合，予算制約式 $g(b,r) \leq n$ を満たさないので，(b_1, r_0) という組み合わせは実現することができない。病床数を b_1 に増やすのであれば，予算制約式を満たすために，医療ミスが起きない割合である r を減らすしかない。この割合を r_0 から r_1 へ減らすと（つまり，$r_0 > r_1$），再び予算制約式が等号で満たされたとしよう。つまり，$g(b_1, r_1) = n$ である。すると，組 (b_1, r_1) は再び予算制約線上の点となる。以上の議論から，予算制約線上に (b_0, r_0) および (b_1, r_1) があることと，$b_0 < b_1$ かつ $r_0 > r_1$ となったので，予算制約線は右下がりの形状をしていることが分かる。

ではこの予算制約線が直線であるのか，曲線であるのかはさらなる仮定が必要となる。ここでは，次の図 1.9 で与えらる様な予算制約線を仮定する。

このように外側に張り出た予算制約線を仮定している理由は以下の通りである。医療ミスが起きない割合 r がすでに十分高い水準である場合，その割合をさらに 1% 高くしよう

図 1.9　予算制約線の形状 (1)



と思うと，1 人の患者に対してたくさんの医師や看護師を必要とする。逆に言うと，r が十分高い状態でその値を 1% 低くくすれば，多くの医師や看護師の手が空くことになる。この手の空いた医師や看護師を使えば，病床数をより大きく増やすことができるはずである。したがって，r が高い状態から r を下げると，再び予算制約線に戻るために増加させる b の値はより大きなものとなる。一方，r の値が低い場合，1 人の患者に対してわずかな医師や看護師が対応しているだけなので，そこから r の値を下げても，あまり手の空く医師や看護師はいないだろう。つまり，最低限の医療行為をするためには，ある程度の医師や看護師が必要であり，最初からその人数に近い状態であれば，いくら r の値を下げても，手の空く人の数はそれほど多くない状況を考えているのである。

このような説明を図示したものが，図 1.10 である。ここでは，r_2 の状態で r_2' に下げると，増加する b の量は大きくなっており，逆に，r_3 の状態で r_3' に下げると，増加する b の量は小さいことが確認できる。

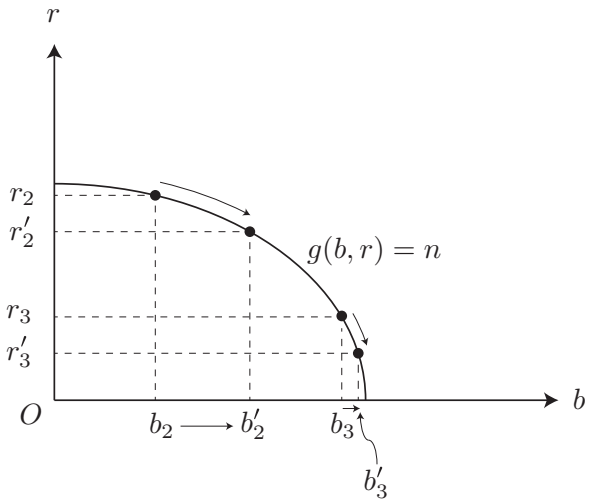
1.5.2　無差別曲線

ここまでの議論は，予算制約線の形状についてであって。ここからは，無差別曲線の形状について考えてみよう。

まず，病床数 b と医療ミスのない割合 r はともに大きいほど嬉しい状況を考えているので，右上にある無差別曲線ほど高い効用を表していることになる。また，ある無差別曲線上の点 (b,r) において，病床数を増やすと，より効用の高い無差別曲線に移動することになる。もとの無差別曲線上に戻るために，医療ミスが起きない割合を変化させると，この割合は低下することになる。つまり，無差別曲線は右下がりの形状をしているといえる。

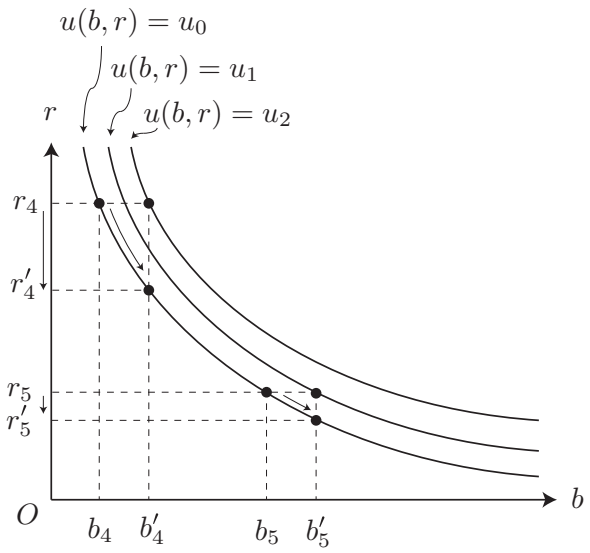
次に，病床数が非常に少ない状態から，1 単位の病床数（ベッド 1 つ）を増やすことの嬉しさは，病床数が多い状態から，1 単位の病床数を増やすことの嬉しさよりも大きいとしよう。これは，病床数が 5 である病院が病床数を 6 に増やしたことによって，医療に貢献

図 1.10　予算制約線の形状 (2)



できることの嬉しさの増加は，病床数が 1,000 である病院が病床数を 1,001 に増やしてもあまり嬉しさが増えないことを表している。いずれにせよ，病床数の増加は効用を増加させるので，元の無差別曲線に戻るためには，医療ミスが起きない割合を低下させねばならない。病床数の増加によって，嬉しさが大きく増える場合ほど，医療ミスが起きない割合を大きく下げなければ元の無差別曲線に戻れない。したがって，1 単位の病床数を増加させ，もとの無差別曲線の戻るように医療ミスが起きない割合を減少させた場合，もともと病床数が少ない状況の方が，医療ミスが起きない割合を大きく低下させる必要があることが分かる。このような特徴を認めた場合，無差別曲線は次の図 1.11 のような形状になる。

図 1.11　無差別曲線の形状

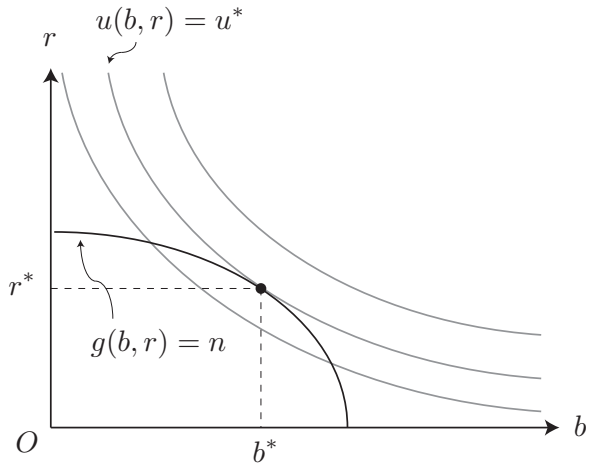


1.5.3　病床数と医療ミスが起きない割合の決定

これまでの議論で，予算制約線と無差別曲線の形状を決めてきた。ここでは，この 2 つの線を同一平面上に図示することで，病床数と医療ミスが起きない割合がどのように決定されるかを簡単に確認する。ただし，この決定に関するより詳細な議論は，次章以降でおこなう。

さて，予算制約線と無差別曲線を図示すると次の図 1.12 となる。選択可能な (b, r) の組み合わせは予算制約線上であり，無差別曲線は右上にあるものほど高い効用を与える。したがって，予算制約線上での最適な (b, r) の組は，$(b, r) = (b^*, r^*)$ となる。この時の効用は $u(b^*, r^*) = u^*$ となっている。

図 1.12　選択される病床数と医療ミスが起きない割合



■練習問題：ディスカッション　新たな判例や法律の改正により，医療現場での作業量が増えたとしよう。このとき，同じ病床数であったとしても，作業量の増加によって医療ミスが起きやすくなったとする。このような状況の変化が，病床数と医療ミスが起きない割合の選択にどのような影響を与えるのか考えるために，以下の問に答えてみよう。これらの問は必ずしも正解が 1 つとは限らない。正しい答えを探すのではなく，どのような解答が矛盾しないのかを様々な視点から検討する必要があることに注意してほしい。

1. 医療行為の作業量を増やすような変化があった場合，予算制約線はどのように変化するか図示しなさい。
2. 病床数を重視している病院と，医療ミスの少なさを重視している病院とを比べると，選択される病床数や医療ミスの起きない割合はどのように異なるのか図を用いて議論しなさい。
3. 医療行為の作業量を増やすような変化があった場合，病床数を重視している病院と，医療ミスの少なさを重視している病院とではどちらが病床数を大きく変化させ

るのか図を用いて議論しなさい。

■課題　以下の問に対する解答を A4 用紙 2 枚程度にまとめなさい。

1. 何らかの法が関わる社会問題を 1 つ取り上げ，その問題における予算制約線と無差別曲線を図示しなさい。その際には，誰の立場に立っているのか明確にし，その人にとっての予算制約線であり，無差別曲線であることを説明すること。また，自分で描いた予算制約線や無差別曲線の形が，なぜそのような形になるのかを正当化する理由も簡単に説明すること。

課題の提出は，次回の講義が始まる時に行う。また，課題の提出は成績評価に影響しない。